

基于GM(1,1)模型的地铁基坑变形预测研究*

Research on Deformation Prediction of Metro Foundation Pit based on GM(1,1) Model

苟胜荣¹, 张文学², 白立东³

(1. 杨凌职业技术学院, 陕西 咸阳 712100; 2. 湖南铁路科技职业技术学院, 湖南 株洲 412006;
3. 中国铁路哈尔滨局集团有限公司大庆工务段, 黑龙江 大庆 163000)

摘要: 在深大基坑开挖过程中, 基坑周围土体会受到扰动, 势必会影响到基坑、基坑周围建筑物和构筑物的稳定与安全。为解决基坑开挖过程中变形监测周期过长而无法长期监测以及监测数据误差等问题, 以某工程实例为依据, 对基坑周围地表沉降变形进行监测, 以地表沉降监测数据为基础数据建立GM(1,1)预测模型, 进行基坑后期沉降变形预测分析。结果表明: 该模型预测结果能较好的反映基坑的沉降变形情况, 预测精度能满足工程需要, 预测结果相对于实际观测值表现出超前现象, 可为类似工程建设提供参考。

关键词: 灰色理论; 深基坑; 变形预测; GM(1,1)模型

中图分类号: TU921 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-8249(2024)02-0070-05

DOI: 10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2024.02.013

GOU Shengrong¹, ZHANG Wenxue², BAI Lidong³

(1. Yangling Vocational and Technical College, Xianyang 712100, China;

2. Hunan Vocational College of Railway Technology, Zhuzhou 412006, China;

3. Daqing Permanent Way Department, China Railway Harbin Group Co., Ltd., Daqing 163000, China)

Abstract: In the process of excavation of deep foundation pit, the soil around the foundation pit will be disturbed, which will inevitably affect the stability and safety of the foundation pit, the buildings and structures around the foundation pit. In order to solve the problems such as too long monitoring period for long-term monitoring and monitoring data error during excavation of foundation pit, the surface settlement deformation around the foundation pit was monitored based on a project example, and the GM(1,1) prediction model was established based on the surface settlement monitoring data to predict and analyze the late settlement deformation of foundation pit. The results show that the prediction results of this model can well reflect the settlement and deformation of foundation pit, the prediction accuracy can meet the engineering needs, and the prediction results are ahead of the actual observed values, which can provide reference for similar engineering construction.

Keywords: grey theory; deep foundation pit; deformation prediction; GM(1,1) model

0 引言

随着社会的发展和城市化进程的加快, 土地资源越来越稀缺, 地上空间变得越来越拥挤, 各种地

下工程建设项目越来越多。在地下工程项目建设过程中, 超深超大基坑不可避免, 在深大基坑开挖过程中, 基坑周围土体会受到扰动, 势必会影响到基坑、基坑周围建(构)筑物的稳定与安全。为了保

* 基金项目: 湖南省教育厅科学研究项目(21C1321); 杨凌职业技术学院科技创新项目(ZK21-17)。

作者简介: 苟胜荣(1987—), 男, 硕士, 副教授, 主要研究方向: 桥梁与隧道工程和建筑工程方面的教学与研究。

收稿日期: 2023-04-25

证施工安全, 有必要对基坑开挖过程中的变形进行监测^[1-3]。

为了满足地下工程建设需要, 学者们对超深超大基坑施工过程的安全问题开展了大量的研究, 取得了很多研究成果。刘洪斌、张韬^[4-5]结合具体工程实例建立深基坑变形预测模型, 数值模拟结果验证了预测结果的可靠性; 沈简等^[6]对基坑开挖过程中坡顶建筑物的沉降和稳定性进行了研究, 当建筑物发生显著不均匀沉降、倾斜率超过允许值时, 对既有边坡采取支护措施并进行稳定性验算; 辛振科、王磊等^[7-8]利用 BP 神经网络, 建立输电铁塔加固构件极限承载力预测模型并开展预测研究, 模型预测精度高于行业标准的预测结果; 郭超等、张旭、鲁海涛等^[9-11]基于灰色理论, 对基坑支护结构变形进行了研究, 分析结果表明预测结果满足精度要求; 于玲、彭程等^[12-13]利用灰色理论, 对深基坑桩顶水平位移进行预测研究, 结果表明基于灰色理论的基坑桩顶水平位移分析与预测具有较高的可靠性; 王兴^[14]分析总结了常用的基坑变形预测模型, 并对其适用性进行了分析比较, 主要包括灰色系统理论预测模型、时间序列分析法、神经网络预测模型、传统数值模拟方法等; 潘顺琪^[15]针对具体的工程实例, 对基坑开挖过程进行变形预测和数值分析, 主要方法有时间序列分析法、灰色理论预测模型、趋势分析法等。

以上研究成果不仅采用趋势性分析、神经网络预测模型等对基坑变形和基坑支护结构变形开展预测研究, 也验证了灰色理论在基坑变形预测中的实用性, 但关于灰色理论在地铁基坑变形预测研究中的应用相对较少, 因此, 结合具体工程实例, 采用灰色理论预测模型对超深超大基坑开挖过程的变形开展预测研究, 为基坑开挖过程的安全稳定提供保证, 同时能丰富基坑变形预测手段, 解决基坑开挖过程中变形监测周期过长而没有办法长期监测以及监测数据误差等实际问题。

1 灰色预测模型

1.1 GM (1, 1) 预测模型

当数据信息和样本都缺少的情况下, 对某一变化趋势进行准确预测就相对困难, 此时可以建立灰色预测模型进行预测分析, 灰色预测模型能够基于少量的数据资料开展预测分析, GM (1, 1) 模型作为灰色预测模型中具有代表性的一种模型, 目前被

广泛应用于各种预测分析中, 并且取得了不错的预测效果。GM (1, 1) 模型包含一个变量, 由一阶微分方程构成模型。假设原始观测沉降值序列为:

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), L, x^{(0)}(N)\} \quad (1)$$

其中, $x^{(0)}(i) > 0, i = 1, 2, L, n$ 。

对其进行一次累加生成 (1-AGO) 得到序列:

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), L, x^{(1)}(n)\} \quad (2)$$

其中, $x^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k)$ 。

GM (1, 1) 模型的原始形式为:

$$x^{(0)}(k) + ax^{(1)}(k) = b \quad (3)$$

传统 GM (1, 1) 模型的采用紧邻均值算法对累加序列进行平滑处理, 令

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2} [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)] \quad (4)$$

其中, $k = 2, 3, L, n$ 。

GM (1, 1) 模型的基本形式为: $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$, 其白化方程为:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (5)$$

a 、 b 是 GM (1, 1) 模型待定的参数值, $-a$ 为发展系数, b 为灰色作用量, $z^{(1)}(k)$ 称为 GM (1, 1) 的背景值。令

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

用最小二乘法估计参数可得:

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (6)$$

将解得的参数带入式 (5) 中求解, 得到时间响应函数:

$$x^{(1)}(t) = \left((x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}) e^{-at} + \frac{b}{a} \right) \quad (7)$$

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (8)$$

对得到的数据列进行累减生成, 得到预测值为:

$$\bar{x}^{(0)}(k+1) = \bar{x}^{(1)}(k+1) - \bar{x}^{(1)}(k) \quad (9)$$

1.2 GM (1, 1) 模型的精度检验

(1) 残差检验, 分别计算:

残差:

$$E(k) = x^{(0)}(k) - \bar{x}^{(0)}(k) \quad (10)$$

相对残差:

岩土力学

$$e(k) = \frac{[x^{(0)}(k) - \bar{x}^{(0)}(k)]}{x^{(0)}(k)} \quad (11)$$

(2) 后验差检验, 分别计算:

$x^{(0)}$ 的均值为:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k) \quad (12)$$

$x^{(0)}$ 的方差为:

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [x^{(0)}(k) - \bar{X}]^2} \quad (13)$$

残差的均值为:

$$\bar{E} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n E(k) \quad (14)$$

残差的方差为:

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n [E(k) - \bar{E}]^2} \quad (15)$$

后验差比值为: $C = S_2/S_1$ (16)

C 值是用来检查模型离散度的, C 值越小则表明模型预测结果相对于实际值来说离散度越小。

小误差概率:

$$P = P \{ |E(k) - \bar{E}| < 0.647 5 S_1 \} \quad (17)$$

依据 C 、 P 值衡量模型的优劣程度, 见表 1。

表 1 预测精度等级对照表

等级	P	C
I 级 (好)	$P \geq 0.95$	$C \leq 0.35$
II 级 (合格)	$0.80 \leq P < 0.95$	$0.35 < C \leq 0.5$
III 级 (勉强)	$0.70 \leq P < 0.8$	$0.5 < C \leq 0.65$
IV 级 (不合格)	< 0.70	> 0.65

1.3 GM (1, 1) 模型建模过程

(1) 对原始数据序列进行必要处理, 通过处理变化使其能够满足建模基本条件;

(2) 由原始序列计算一次累加序列;

(3) 建立矩阵 B 、 Y , 计算出两个白化方程的待定系数;

(4) 计算出拟合值, 再用累减算法求得预测值;

(5) 进行预测精度验算。

2 工程实例分析

2.1 工程概况

某地铁车站形式为岛式车站, 其主体结构形式为单柱双跨现浇框架结构, 地下两层, 该车站标准段宽度为 21.1 m, 车站全长 621 m, 车站有效站台中心里程为 YCK48+304.000, 设计起点里程 YCK47+

788.800, 设计终点里程 YCK48+409.802。车站主体结构部位基坑深度为 18.3 m, 主体结构顶板覆土厚度约 3 m, 底板埋置深度约 17.74 m, 车站主体结构建筑面积 26552 m², 主体结构及附属结构总建筑面积达 33507 m², 共设置 3 组风亭组及 1 座冷却塔, 设有 5 个出入口。车站周围有既有小区、加油站等, 周围环境保护要求较高。基坑范围内主要由密实卵石土, 土体结构自稳性差, 地下水位线较高, 为保证基坑开挖过程中周围建(构)筑物和基坑结构的安全稳定, 以明挖法施工为主, 大里程端头采用盖挖法(永久顶板)施工, 同时在基坑开挖过程中, 加强对基坑变形周围建筑物的变形监测。

2.2 变形预测分析

为验证灰色理论 GM (1, 1) 模型在基坑变形预测中的有效性, 以实际监测数据来验证该模型的可靠性, 监测数据来自基坑周围地表沉降监测点 DB28-1 和 DB30-1^[17], 见表 2。

表 2 DB28-1 和 DB30-1 监测点监测数据
Table 2 Monitoring data of monitoring DB28-1 and DB30-1

观测周期 / 期	观测沉降值		观测周期 / 期	观测沉降值	
	DB28-1	DB30-1		DB28-1	DB30-1
1	9.13	0.64	9	14.43	6.52
2	9.16	1.44	10	14.52	7.90
3	9.21	2.22	11	15.69	9.74
4	9.29	2.71	12	16.08	12.80
5	11.15	3.02	13	16.39	14.54
6	12.16	3.56	14	16.44	16.34
7	12.25	4.24	15	17.37	18.05
8	13.42	5.48			

基于灰色理论建立的预测模型, 主要针对“小样本、贫数据”的情况, 以往经验表明, 在实际工程预测中, 时间序列通常选取 4 组至 8 组之间的数据进行建模, 以避免数据误差造成过大的残差, 影响预测精度。按照建模时数据序列要求, 分别以表 2 中前 5 组连续数据为基础进行建模, 以第 6~15 组数据为验证数据, 与预测结果进行对比。

采用 GM (1, 1) 模型对监测点 DB28-1 沉降值进行预测, 得到矩阵 B 和 Y 如下:

$$B = \begin{bmatrix} -13.71 & 1 \\ -22.90 & 1 \\ -32.15 & 1 \\ -42.37 & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 9.16 \\ 9.21 \\ 9.29 \\ 11.15 \end{bmatrix}$$

$$\text{求得: } \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot Y = \begin{bmatrix} -0.0616 \\ 7.7916 \end{bmatrix}$$

将参数带入到白化方程式 (5) 中求解, 得到时间响应函数为:

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} + \frac{b}{a} = 135.62e^{0.0616k} - 126.49, k=0, 1, 2, 3, L, n$$

依次计算得数据序列为 {9.13, 17.15, 26.91,

36.66, 47.02, 58.04, 69.77, 82.24, 95.51, 109.61, 124.61, 140.57, 157.53, 175.58, 194.77}, 通过对以上数据序列进行累减生成, 从而得到第 6~15 组数据预测值。同理, 基于 DB30-1 监测点前 5 组监测数据, 可得第 6~15 组数据预测值。预测结果具体见表 3。

表 3 DB28-1、DB30-1 监测点沉降预测值
Table 3 Predicted settlement value of DB28-1、DB30-1 monitoring point

观测周期	DB28-1				DB30-1			
	观测值/mm	预测值/mm	残差/mm	相对误差/%	观测值/mm	预测值/mm	残差/mm	相对误差/%
6	12.16	11.02	1.14	9.38	3.56	3.71	0.15	4.21
7	12.25	11.73	0.52	4.24	4.24	4.57	0.33	7.78
8	13.42	12.47	0.95	7.08	5.48	5.63	0.15	2.74
9	14.43	13.26	1.17	8.11	6.52	6.96	0.44	6.75
10	14.52	14.10	0.42	2.89	7.90	8.57	0.67	8.48
11	15.69	15.61	0.08	0.51	9.74	10.56	0.82	8.42
12	16.08	15.96	0.12	0.75	12.8	13.03	0.23	1.80
13	16.39	16.96	0.57	3.48	14.54	16.07	1.53	10.52
14	16.44	18.05	1.61	9.79	16.34	19.81	3.47	21.24
15	17.37	19.20	1.83	10.54	18.05	24.42	6.37	35.29

由表 3 可知, 采用 GM (1, 1) 模型对基坑沉降进行预测, DB28-1 点 10 组预测结果与实测数据对比, DB28-1 监测点的最小残差为 0.08 mm, 平均残差为 0.84 mm, 最小相对误差为 0.51%, 平均相对误差为 5.67%; DB30-1 监测点的最小残差为 0.15 mm, 平均残差为 1.42 mm, 最小相对误差为 1.80%, 平均相对误差为 10.72%。预测结果误差相对较小; 说明预测数据能较好地反映基坑的真实沉降变形情况。

DB28-1、DB30-1 监测点沉降变形—时间关系如图 1 所示。通过图形可以看出, 相对于基坑沉降观测值, 预测值在前期相对较小, 表明预测结果相对于实际观测值表现出滞后现象; 预测值在后期相对观测值较大, 表面预测结果相对于实际观测值表现出超前现象。同时可以看出, 后期预测值与实际观测值的偏差较大, 表明基坑开挖过程中需进行远期沉降值预测时, 预测模型的精度需进一步分析验证。

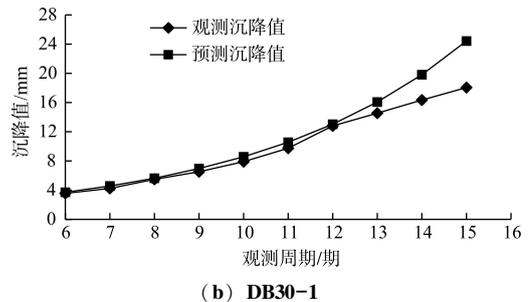
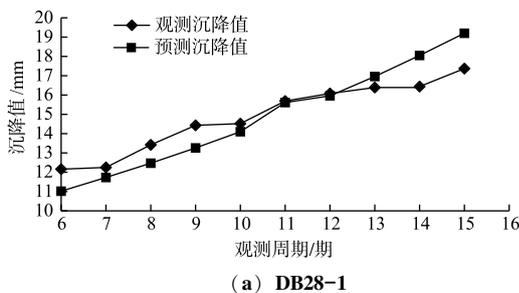


图 1 监测点基坑沉降值—时间关系图
Fig. 1 Foundation pit settlement value—time relation diagram of DB28-1、DB30-1 monitoring point

2.3 变形预测精度分析

此处采用后残差检验预测模型的精度, 针对监测点 DB28-1 第 6-15 组数据的预测结果, 通过计算可得: $\bar{X} = 14.92, S_1 = 1.66, \bar{E} = 0.84, S_2 = 0.5685, C = 0.3425, P = 1$ 。结合表 1 可知, 该预测模型的预测精度等级为“好”。同理, 监测点 DB30-1 第 6-15 组数

据的预测结果为“合格”。

3 结论

为解决基坑开挖过程中变形监测周期过长而无法长期监测以及监测数据误差等问题, 建立 GM (1, 1) 预测模型对超深超大基坑开挖过程的变形开展预测研

岩土力学

究, 得到以下结论:

(1) 灰色理论预测模型主要是基于“小样本、贫数据”的情况, 预测结果数据能较好地反映基坑的真实沉降变形情况, 而过多的监测数据会造成过大的残差, 影响预测精度。

(2) 预测模型精度较高, 预测精度能满足工程需要。预测值在前期相对较大, 表明预测结果相对于实际观测值表现出超前现象。

(3) 后期预测值与实际观测值的误差较大, 表明基坑开挖过程中需进行远期沉降值预测时, 预测模型的精度需进一步分析验证。

由于基坑开挖过程中的沉降变形受多种复杂因素的影响, 因此有必要采用其他方法进行进一步的分析验证。

参 考 文 献

- [1] 王超, 朱勇, 张强勇, 等. 深基坑桩锚支护体系的监测分析与稳定性研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33 (增刊 1): 2918-2923.
- [2] 林楠, 李伟东, 张文春, 等. 最小二乘支持向量机在深基坑变形预测中的应用 [J]. 辽宁工程技术大学学报 (自然科学版). 2014, 33 (11): 1471-1474.
- [3] 赵健赞, 哈华林, 宋宜容. 利用 BP-ANN 模型进行深基坑变形预测分析的探讨 [J]. 施工技术, 2015, 44 (7): 87-89.
- [4] 刘洪斌. 深基坑变形预测模拟及其实践 [D]. 重庆: 重庆大学, 2011.
- [5] 张韬. 深基坑变形预测模拟研究及工程应用 [D]. 长沙: 中南大学, 2009.
- [6] 沈简, 邱子锋, 徐晓瑜. 基坑开挖对边坡顶建筑物沉降及稳定性影响 [J]. 岩土工程学报. 2014, 36 (增刊 2): 337-342.
- [7] 辛振科. 基于 PB 神经网络的输电铁塔加固构件极限承载力预测模型 [J]. 山东电力高等专科学校学报. 2021, 24 (6): 6-9, 13.
- [8] 王磊, 高峰. 基于时间序列—BP 神经网络在基坑方面的应用研究 [J]. 测绘与空间地理信息. 2018, 41 (6): 201-205.
- [9] 郭超, 郭延勇, 李洪宝, 等. 地铁深基坑施工引起周边地表沉降变形规律分析 [J]. 粉煤灰综合利用. 2018 (2): 71-74.
- [10] 张旭. 基于灰色理论的基坑支护结构变形预测 [J]. 四川建材. 2015, 41 (6): 93-94.
- [11] 鲁海涛, 张远芳, 李炎, 等. 基于灰色理论的深基坑支护变形分析 [J]. 山西建筑. 2016, 42 (4): 46-48.
- [12] 于玲, 王晓光, 包龙生. 基于灰色理论的基坑桩顶水平位移预测 [J]. 沈阳建筑大学学报 (自然科学版). 2016, 32 (3): 459-465.
- [13] 彭程, 张莲花. 基于灰色理论的深基坑桩顶水平位移预测研究 [J]. 现代商贸工艺. 2017 (30): 175-178.
- [14] 王兴. 几种常用基坑变形预测模型的分析与比较 [J]. 山西大同大学学报 (自然科学版). 2016, 32 (1): 62-65.
- [15] 潘顺琪. 基坑开挖变形预测及数值分析 [D]. 兰州: 兰州交通大学, 2018.
- [16] 华博深. 灰色组合模型在基坑监测数据处理中的运用 [D]. 成都: 成都理工大学, 2012.
- [17] 苟胜荣, 付江涛. 基于趋势性分析模型的地铁基坑变形预测研究 [J]. 地理空间信息. 2020, 18 (1): 115-118.
- [6] 李清华, 肖田, 邱博超, 等. 水位变化对路基边坡渗流场及稳定性影响分析 [J]. 科学技术与工程, 2022, 22 (13): 5403-5410.
- [7] 黄勇博, 孙树林, 周宏博. 土质堤防边坡稳定安全系数影响因素研究 [J]. 科学技术与工程, 2012, 12 (11): 2607-2611.
- [8] 何忠明, 史振宁, 付宏渊, 等. 水位下降对沿湖路堤边坡渗流特征及稳定性的影响 [J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2014, 45 (9): 3227-3233.
- [9] 岑威钧, 李邓军, 和浩楠. 持续强降雨引发水位耦合变化条件下堤防渗流及稳定性分析 [J]. 河海大学学报 (自然科学版), 2016, 44 (4): 364-369.
- [10] 曾润忠, 谢典, 祝俊华, 等. 水位升降与降雨耦合作用下库岸边坡稳定性分析 [J]. 重庆交通大学学报 (自然科学版), 2022, 41 (5): 118-126.
- [11] 张立舟, 武娜, 李宏, 等. 库水位升降对边坡内渗流场的影响 [J]. 济南大学学报 (自然科学版), 2020, 34 (2): 113-117.

(上接第 38 页)

哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2020.